

دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، دانشکده علم رایانه،

بهینه‌سازی کوژ، سال تحصیلی ۱۴۰۴-۵، فصل زمستان

تمرین سری یک

۱- ماتریس مثبت معین سه در سه را لحاظ کنید. مثبت معین بودن آن از دو طریق محاسبه مقادیر ویژه و همچنین روش کلاسی ممکن است. به هر دو روش مثبت معین بودن آن را اثبات کنید.

۲- نشان دهید توابع نرم‌ها، تابع بیش، $\frac{x^2}{y}$ ، $\log(e^{x_1} + e^{x_2} + \dots + e^{x_n})$ توابعی کوژ هستند.

۳- انواع تابع هزینه را در یادگیری ماشین و شبکه عصبی و شبکه عمیق تحقیق کنید. کوژی و کاوی آنها را اثبات کنید.

۴- الف- فرض کنید $f=hog$. موارد زیر را اثبات کنید.

- h کوژ و غیرنزولی و g کوژ، آن‌گاه f کوژ
- h کوژ و غیرصعودی و g کاو، آن‌گاه f کوژ
- h کاو و غیرنزولی و g کاو، آن‌گاه f کاو
- h کاو و غیرصعودی و g کوژ، آن‌گاه f کاو

ب- موارد بالا را برای حالت گسترده h یا \tilde{h} تحقیق کنید. ج- در حالت چندمتغیری اثبات کنید.

۵- جهت حل مسائل کمترین مربعات در حالت کلی دارای حلی در زمان n^2k و در صورت تنگی ماتریس A دارای زمان حل کمتر از kn است. هر دو الگوریتم را گزارش کنید و توضیح دهید و پیاده‌سازی کنید.

تابع زیر را با نقطه شروع‌های مختلف با روش‌های مختلف تعیین طول قدم (اعم از شرایط وولف و گلدشتاین، مومنتوم، مومنتوم نستروف، آداگراد، آدادلتا، آرام‌اس-پراپ، و آدام) را برای دو الگوریتم گرادیان نزولی و نیوتنی پیاده‌سازی و تحلیل کنید. نمودار تابع به علاوه قدم هریک و مقایسه آنها (تعداد گام‌ها و هزینه هر گام) رسم شود و تحلیل بر اساس آن گزارش شود. ضرایب مختلف را آزمایش کنید.

$$f(x) = (2 - x_1)^2 + 100(x_2 - x_1^2)^2$$